

# Perbandingan Berpasangan dalam Proses Analitik Hirarki

Iryanto

Jurusan Matematika FMIPA USU Medan, Indonesia

## ABSTRAK

Kerumitan dalam pengambilan keputusan memerlukan alat untuk mensintesis beberapa pilihan dalam suatu metode, sehingga dimungkinkan terjadinya interaksi dan saling ketergantungan antar faktor. Metode yang digunakan dalam hal ini adalah proses analitik hirarki.

Kata kunci: Saaty, matriks, PAH.

## 1. Pendahuluan

Pengambil keputusan dalam situasi menghadapi masalah tertentu yang holistik maka masalah harus dibagi-bagi menjadi bidang-bidang masalah pokok yang lebih kecil sampai pada alternatif-alternatif di dalam mana kelompok-kelompok ahli yang berbeda menentukan bagaimana masing-masing bidang mempengaruhi total masalah. Jika proses ini berhasil, maka dapatlah direkonstruksi pertanyaan awal dan meninjau solusi-solusi yang diajukan. Kelemahan terakhir dan kerap kali sangat penting dari banyak metode pengambilan keputusan tradisional adalah bahwa metode tersebut memerlukan keahlian khusus untuk merancang struktur yang tepat dan kemudian menanamkan proses pengambilan keputusan di dalamnya.

Dengan demikian metode baru yang diharapkan hendaknya mudah dikonstruksi, dapat diadaptasikan pada kelompok maupun individu, lumrah bagi intuisi dan pemikiran umum, mendorong kompromi dan pembangunan konsensus, dan tidak memerlukan spesialisasi yang tinggi untuk menguasainya. Kebutuhan seperti ini dapat dipenuhi oleh suatu metode yang dikenal dengan nama Proses Analitik Hirarki (*Analytic Hierarchy Process*) disingkat PAH.

## 2. Preferensi

Metode PAH yang dikembangkan pada awal tahun 1970 [3], merupakan salah satu teknik paling populer dan kuat yang digunakan dewasa ini untuk pengambilan keputusan. Metode

PAH telah digunakan membantu para pengambil keputusan di berbagai negara dan perusahaan. Dengan PAH dimungkinkan untuk memandang masalah dalam kerangka berfikir yang tertata, sehingga memungkinkan untuk pengambilan keputusan yang efektif. Masalah yang kompleks dapat disederhanakan namun terstruktur dan dipercepat proses pengambilan keputusannya.

Preferensi ditunjukkan berguna dalam pengambilan keputusan yang mempunyai esensi rasional dengan perilaku maksud tertentu [1]. Tinjauan mengenai teori preferensi dan pengambilan keputusan meliputi dua aliran sejajar [2], yaitu *Theory of riskless choice* mengenai dugaan maksimalisasi kepuasan yang telah diajukan oleh Jeremy Bentham dan James Hill. Teori ini didasarkan pada dugaan tertentu bahwa pengambil keputusan adalah:

1. Secara penuh menginformasikan mengenai kemungkinan tindakan dan konsekuensinya.
2. Kepekaan tak terhingga yang berbeda di antara berbagai alternatif.
3. Rasional, dalam arti mereka dapat menyusun preferensi yang memungkinkan dalam membuat keputusan dalam memaksimalkan ukuran nilai subjektifitas yang diajukan oleh bentuk kepuasan.

Kedua, *Theory of risky choice*, berkenaan dengan keputusan yang dibuat dalam pandangan ketidakpastian mengenai peristiwa yang menatapkan masukan sebagai satu-satunya tindakan. Maksimalisasi memainkan peran kunci dalam teori ini tetapi kuantitas menjadi maksimal karena keterlibatan ketidakpastian *expected utility*.

Misalkan fungsi  $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$  untuk mensintesis preferensi-preferensi yang diberikan  $n$  penilai, memenuhi

1. Syarat keterpisahan ( $S$ ):  $f(x_i) = g(x_i)$  untuk semua  $x_i, i = 1, 2, \dots, n$  dalam selang bilangan positif  $P$ , di mana  $g$  adalah fungsi yang memetakan  $P$  ke selang yang tepat  $J$  dan merupakan operasi kontinu, asosiatif, dan kanselatif.
2. Syarat kebulatan suara ( $U$ ):  $f(x, x, \dots, x) = x$  untuk semua  $x$  dalam  $P$ .
3. Syarat homogenitas ( $H$ ):  $f(ux_i) = uf(x_i), i = 1, 2, \dots, n$ , di mana  $u > 1$  dan  $x_i$  dan  $ux_i$  semuanya di dalam  $P$ .
4. Syarat pangkat ( $PP$ ):  $f(x_i^p) = f^p(x_i), i = 1, 2, \dots, n$ .

Pada hakekatnya tidak ada satu cara yang paling baik, walaupun cara konsensus secara ideal memang memberikan hasil yang baik karena penggabungan preferensi dicapai melalui diskusi dan dapat menyerap semua pendapat kelompok, namun dari segi efektifitas kerja dan kemungkinan dapat berkumpul lengkap semua individu kelompok adalah kecil. Sedangkan dengan kuesioner masing-masing individu dalam kelompok dapat membeirkan preferensinya dantidak perlu terjadi konflik, namun preferensi yang diberikan tiap individu terbatas dengan informasi dan pengetahuan yang dimilikinya, tidak ada diskusi untuk memperoleh informasi yang cukup sebelum memberikan preferensinya.

### 3. Model Matematika

PAH berkembang dengan skala rasio kuantitas relatif dari sekumpulan elemen dengan melakukan perbandingan perpasangan. PAH bertolak dari penilaian terhadap perbandingan-perbandingan atas dominasi, yang merupakan istilah umum untuk menyatakan arti penting preferensi, yakni suatu sifat yang sama-sama dimiliki oleh suatu perbandingan, hingga representasi numeriknya sesuai dengan kekuatan dominasi tersebut dan kemudian mengembangkannya skala rasio. Dengan demikian pengambilan keputusan dengan PAH didasarkan pada aktivitas pemeringkatan dalam bentuk skala rasio relatif.

Model matematika yang digunakan untuk membandingkan tiap pasangan pada PAH adalah model matriks bujur sangkar yang resiprokal. Misalnya dalam suatu subsistem operasi terdapat  $n$  unsur operasi, yaitu  $A_1, A_2, \dots, A_n$  maka hasil perbandingan dari unsur-unsur operasi tersebut akan membentuk matriks perbandingan berukuran  $n \times n$ . Perbandingan dimulai dari tingkat hirarki yang paling tinggi, dan suatu kriteris digunakan sebagai dasar pembuatan perbandingan. Matriks perbandingan tersebut dapat disajikan sebagai berikut:

	$A_1$	$A_2$	$\dots$	$A_n$
$A_1$	1	$a_{12}$	$\dots$	$a_{1n}$
$A_2$	$a_{21}$	1	$\dots$	$a_{2n}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$
$A_n$	$a_{n1}$	$a_{n2}$	$\dots$	1

Matriks  $A_{n \times n}$  merupakan matriks resiprokal. Diasumsikan terdapat  $n$  unsur yaitu  $a_{11}, a_{12}, \dots, a_{1n}$  yang akan dinilai secara perbandingan. Aturan untuk memasukkan  $a_{ij}$  adalah sebagai berikut:

1. Jika  $a_{ij} = a$ , maka  $a_{ji} = \frac{1}{a}$ , untuk  $a_{ij} \neq 0$ .
2. Pada diagonal matriks, di mana unsur yang sama diperbandingkan, maka nilainya 1.

Untuk mendapatkan prioritas menyeluruh bagi tiap unsur pada tingkat hirarki, maka perlu dilakukan sintesis pertimbangan-pertimbanganyang dimaksudkan ke dalam matriks perbandingan berpasangan. Caranya dengan melakukan pembobotan dan penjumlahan untuk menghasilkan bilangan tunggal yang menunjukkan prioritas. Sintesis dilakukan dengan langkah-langkah sebagai berikut:

1. Menjumlahkan nilai-nilai setiap kolom dalam matriks perbandingan berpasangan.
2. Membagi nilai  $a_{ij}$  pada setiap kolom dengan jumlah pada kolom bersangkutan sehingga didapat matriks yang dinormalisasi.
3. Menjumlahkan semua nilai setiap baris dari matriks yang dinormalisasi tersebut dan membaginya dengan jumlah unsur tiap baris. Hasil pembagian tersebut menunjukkan nilai prioritas menyeluruh untuk masing-masing unsur.

#### 4. Contoh Penjelasan

Sebagai penjelasan, misalkan akan dilakukan perbandingan berpasangan atas empat kriteria  $A_1, A_2, A_3$  dan  $A_4$ . Andaikan si pengambil keputusan memberikan bobot preferensinya dengan skala perbandingan Saaty, sebagai berikut:

- a.  $A_1$  banding  $A_2$  adalah 2
- b.  $A_1$  banding  $A_3$  adalah 4
- c.  $A_1$  banding  $A_4$  adalah 9
- d.  $A_2$  banding  $A_3$  adalah 3
- e.  $A_2$  banding  $A_4$  adalah 5
- f.  $A_3$  banding  $A_4$  adalah 7

Sedangkan unsur yang sama jika dibandingkan sudah pasti sama disukai maka skalanya adalah 1, dan karena matriks berpasangan yang akan dibentuk adalah matriks resiprokal maka unsur-unsur lainnya dapat diperoleh. Dengan demikian matriks berpasangannya dari permasalahan tersebut dapat dinyatakan dengan,

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 9 \\ \frac{1}{2} & 1 & 3 & 5 \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{3} & 1 & 7 \\ \frac{1}{9} & \frac{1}{5} & \frac{1}{7} & 1 \end{pmatrix}$$

Langkah-langkah berikut digunakan untuk melakukan sintesis, yaitu

1. Menjumlahkan nilai-nilai setiap kolom dalam matriks perbandingan berpasangan, dan diperoleh matriks

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 9 \\ \frac{1}{2} & 1 & 3 & 5 \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{3} & 1 & 7 \\ \frac{1}{9} & \frac{1}{5} & \frac{1}{7} & 1 \end{pmatrix}$$

Jumlah untuk kolom  $A_1$  sampai  $A_4$  masing-masing adalah 1,861, 3,533, 8,143, dan 22,000.

2. Menormalisasi matriks dengan cara membagi setiap unturnya dengan jumlah pada kolom yang bersangkutan, dan diperoleh

$$\begin{pmatrix} 0,5357 & 0,566 & 0,491 & 0,409 \\ 0,269 & 0,283 & 0,368 & 0,227 \\ 0,134 & 0,094 & 0,123 & 0,318 \\ 0,060 & 0,057 & 0,018 & 0,045 \end{pmatrix}$$

3. Menjumlahkan unsur-unsur tiap baris dan membaginya dengan jumlah unsur pada baris tersebut, dan dihasilkan baris 1 = 0,501, baris 2 = 0,287, baris 3 = 0,167 dan baris 4 = 0,045.

Hasil akhir prioritasnya menyeluruh

$$\begin{pmatrix} A1 \\ A2 \\ A3 \\ A4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,501 \\ 0,287 \\ 0,167 \\ 0,045 \end{pmatrix}$$

Sehingga diperoleh peringkat prioritasnya  $A1 > A2 > A3 > A4$ .

#### 4. Penutup

Dimungkinkan untuk menambah alternatif pada PAH, tentunya prioritas urutan ditentukan berdasarkan nilai yang terkandung di dalam matriks perbandingan.

#### Daftar Pustaka

1. P. C. Fishburn. 1987. *The theory of social choice*. Princeton University Press. New York.
2. Sutarnan. 2003. Memeringkat kawasan dati-II di beberapa dati-I pulau Sumatera, Indonesia, berdasarkan kualitas sekolah dasar dan menengah. *Disertasi Ph.D.* Universitas Kebangsaan Malaysia. Kuala Lumpur, Bangi.
3. T. L. Saaty. 1990. How to make a decision: the analytic hierarchy process. *European Journal of Operational Research* 48 9-26.